

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования Красноярского края**

**Управление образования администрации г.Канска**

**МАОУ лицей №1 г.Канска**

**РАССМОТРЕНО**

Руководитель кафедры  
МАОУ лицей №1 г.  
Канска

\_\_\_\_\_  
Трофимова И.Н.  
Протокол №1 от «25»  
августа 2023 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Заместитель директора  
по УВР МАОУ лицей  
№1 г. Канска

\_\_\_\_\_  
Штрахова О.А.  
Решение от «28» августа  
2023 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор МАОУ лицей  
№1 г. Канска

\_\_\_\_\_  
Храмцов А.В.  
Приказ №30-02-082 от «30»  
августа 2023 г.

**ПРОГРАММА**

**элективного курса**

**Решение задач с параметрами**

**10, углубленный уровень**

(класс)

**Разработчик:**

Учитель Трофимова И.Н.

## Пояснительная записка

Целью обучения является подготовка учащихся к продолжению образования. Основным направлением модернизации математического школьного образования является отработка механизмов итоговой аттестации в виде единого государственного экзамена. В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом, а также с кратким ответом, встречаются задачи с параметрами. Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, уровень логического мышления учащегося и их математической культуры. Решению задач с параметрами в школьной программе уделяется мало внимания. Большинство учащихся либо вовсе не справляются с такими задачами, либо приводят громоздкие выкладки. Причиной этого является отсутствие системы заданий по данной теме в школьных учебниках. В связи с этим возникла необходимость в разработке и проведении элективного курса для старшеклассников по теме: «Решение задач с параметрами». Многообразие задач с параметрами охватывает весь курс школьной математики. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления. Задачи с параметрами дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы.

### Цели задачи курса:

- ✓ Формирование у учащихся умений и навыков по решению задач с параметрами, сводящихся к исследованию линейных и квадратных уравнений, неравенств.
- ✓ Изучение курса предполагает формирование у учащегося интереса к предмету, развитие их математических способностей.
- ✓ Развитие исследовательской и познавательной деятельности учащегося.
- ✓ Обеспечение условий для самостоятельной творческой деятельности.
- ✓ Воспитание культуры мышления, определяющую мировоззренческую культуру учащихся.

### Актуальность курса

На экзаменах задачи с параметрами и модулями присутствуют, и решались сильными учащимися. В обязательном минимуме этот материал представлен, но в школьном курсе алгебры такие задачи рассматриваются редко, бессистемно, и вызывают трудности у школьников. Поэтому учителю, прежде всего, необходимо познакомить учеников с приемами решения этих задач, и делать это нужно не от случая к случаю, а регулярно. В процессе подготовки к экзамену необходимо отрабатывать у учащихся умение четко представлять ситуацию, о которой идет речь, анализировать, сопоставлять, устанавливать зависимость между величинами. Важно знакомить учащихся с различными способами решения задачи, а не отдавать предпочтение какому-то одному способу. Ученик должен знать, что при выполнении работы он может выбрать любой способ решения, важно, чтобы задача была решена правильно. При подготовке к экзамену большое внимание следует уделять накоплению у учащихся опыта самостоятельного поиска решений, чтобы на экзамене каждый ученик был готов к полной самостоятельности в работе.

В связи с выше сказанным, возникла необходимость в разработке и внедрении в учебный процесс элективного курса по математике по теме: «**Решение задач с параметрами**».

### Адресная направленность

Настоящая программа предназначена для учащихся 10-11 классов и рассчитана на 34 часа.

Основными формами проведения элективного курса являются изложение узловых вопросов курса в виде обобщающих лекций, семинаров, дискуссий, практикумов по решению задач, рефератов учащихся, самоконтроля.

## Результаты освоения содержания программы

### У учащихся могут быть сформированы личностные результаты:

- ответственное отношение к учению, готовность и способность обучающихся к самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, осознанный выбор и построение дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, с учётом устойчивых познавательных интересов;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- умение контролировать процесс и результат математической деятельности;
- представления о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах её развития, о её значимости для развития цивилизации;
- коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности;
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении задач.

### Метапредметные:

#### 1) регулятивные

##### учащиеся получают возможность научиться:

- составлять план и последовательность действий;
- определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учётом конечного результата;
- предвидеть возможность получения конкретного результата при решении задач;
- осуществлять констатирующий и прогнозирующий контроль по результату и способу действия;
- концентрировать волю для преодоления интеллектуальных затруднений и физических препятствий;
- адекватно оценивать правильность и ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения.

#### 2) познавательные

##### учащиеся получают возможность научиться:

- устанавливать причинно-следственные связи; строить логически обоснованные рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;
- формировать учебную и общекультурную компетентность в области использования информационно-коммуникационных технологий;
- видеть математическую задачу в других дисциплинах, окружающей жизни;
- выдвигать гипотезу при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;
- планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;
- выбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения задач;
- интерпретировать информацию (структурировать, переводить сплошной текст в таблицу, презентовать полученную информацию, в том числе с помощью ИКТ);
- оценивать информацию (критическая оценка, оценка достоверности).

#### 3) коммуникативные

##### учащиеся получают возможность научиться:

- организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников;
- взаимодействовать и находить общие способы работы; работать в группе; находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; слушать партнёра; формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

- прогнозировать возникновение конфликтов при наличии различных точек зрения;
- разрешать конфликты на основе учёта интересов и позиций всех участников;
- координировать и принимать различные позиции во взаимодействии;
  - аргументировать свою позицию и координировать её с позициями партнёров в сотрудничестве при выработке общего решения в совместной деятельности.

## **Предметные**

### **учащиеся получают возможность научиться:**

- самостоятельно приобретать и применять знания в различных ситуациях для решения различной сложности практических задач, в том числе с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора и компьютера;
- пользоваться предметным указателем энциклопедий и справочников для нахождения информации;
- применять изученные понятия, результаты и методы при решении задач из различных реальных ситуаций, не сводящихся к непосредственному применению известных алгоритмов;
- самостоятельно действовать в ситуации неопределённости при решении актуальных для них проблем, а также самостоятельно интерпретировать результаты решения задачи с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых процессов и явлений.

## **Содержание программы**

### **1. Введение. Первоначальные сведения.**

Цели и задачи курса. Определение параметра. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр. Основные приемы решения задач с параметрами.

**Практическая работа.** Решение простейших уравнений с параметрами вида

### **2. Решение линейных уравнений (и уравнений приводимых к линейным), содержащих параметр.**

Общие подходы к решению линейных уравнений. Решение линейных уравнений, содержащих параметр. Решение уравнений, приводимых к линейным. Решение линейно-кусочных уравнений. Применение алгоритма решения линейных уравнений, содержащих параметр. Геометрическая интерпретация. Решение системных уравнений.

**Практическая работа.** Поиск решения линейных уравнений в общем виде; исследование количества корней в зависимости от значений параметра.

### **3. Решение линейных неравенств, содержащих параметр.**

Определение линейного неравенства. Алгоритм решения неравенств. Решение стандартных линейных неравенств, простейших неравенств с параметрами. Исследование полученного ответа. Обработка результатов, полученных при решении.

**Практическая работа.** Решения стандартных неравенств и приводимых к ним, углубленное изучение методов решения линейных неравенств.

### **4. Квадратные уравнения, содержащие параметр.**

Актуализация знаний о квадратном уравнении. Исследования количества корней, в зависимости от дискриминанта. Использование теоремы Виета. Исследование трехчлена. Алгоритм решения уравнений. Аналитический способ решения. Графический способ. Классификация задач, с позиций применения к ним методов исследования.

**Практическая работа.** Решения квадратных уравнений с параметрами.

## 5. Показательные и логарифмические уравнения, содержащие параметр. Рациональные уравнения

Свойства степеней и показательной функции. Решение показательных уравнений и неравенств, содержащих параметры. Свойства логарифмов и логарифмической функции. Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами.  
**Практическая работа.** Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств с параметрами, рациональных уравнений

## 6. Тригонометрия и параметр. Иррациональные уравнения.

Использование основных свойств тригонометрических функций в задачах с параметрами. Тригонометрические уравнения, содержащие параметр. Тригонометрические неравенства, содержащие параметр. Область значений тригонометрических функций.

**Практическая работа.** Использование свойств тригонометрических функций при решении тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами. Исследование дробно-рациональных уравнений, содержащих параметры.

## 7. Свойства квадратичной функции в задачах с параметрами.

## 8. Область значений функции. Область определения функции.

Монотонность. Координаты вершины параболы.

**Практическая работа.** Использование свойств квадратичной функции в задачах с параметрами

## 9. Производная и ее применение.

Касательная к функции. Критические точки. Монотонность. Наибольшие и наименьшие значения функции. Построение графиков функций.

## 10. Нестандартные задачи.

## 11. Текстовые задачи с использованием параметра.

**Практическая работа.** Решение текстовых задач с параметрами

## 12. Итоговое тестирование

### Тематическое планирование элективного курса «Решение задач с параметрами»

№ урока	Тема занятия	Количество часов
1	Введение. Первоначальные сведения. Основные понятия уравнений с параметрами	1
2	Основные понятия неравенств с параметрами	1
3-4	Решение линейных уравнений (и уравнений, приводимых к линейным), содержащих параметр.	2
5-6	Решение линейных неравенств, содержащих параметр.	2
7-9	Квадратные уравнения, содержащие параметр.	3
10-11	Неравенства с параметрами (второй степени)	2
12-13	Показательные и логарифмические уравнения, содержащие параметр. Рациональные уравнения	2
14-15	Тригонометрия и параметр.	2
16-17	Иррациональные уравнения	2
18-20	Свойства квадратичной функции в задачах с параметрами	3

21-23	Производная и её применение	3
24-26	Графические приемы решения задач	3
27-30	Нестандартные задачи - количество решений уравнений; - уравнения и неравенства с параметрами с некоторыми условиями.	4
31-32	Текстовые задачи с использованием параметра	2
33-34	Итоговое тестирование по курсу.	2
	Итого	34

### Требования к знаниям и умениям

1. Усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств систем уравнений с параметрами;
2. Применять алгоритм решения уравнений, неравенств, содержащих параметр,
3. Проводить полное обоснование при решении задач с параметрами;
4. Владеть основами исследовательской деятельностью.

### Ожидаемый результат

Учащиеся более уверенно решают нестандартные задачи, задачи с параметрами.

Введение элективного курса «Решение задач с параметрами» необходимо учащимся в наше время. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления. Решение задач, уравнений с параметрами, открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале. Именно такие задачи играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, Поэтому учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются с другими задачами.

### ЛИТЕРАТУРА

#### *Для учащихся:*

- Дудницын Ю.П. «Контрольные работы по алгебре и началам анализа. 11 класс», М., 1999 г.  
 Гимаев Р.Г. «Сборник задач по математике для подготовки к вступительным экзаменам», Уфа, 2001 г.  
 Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. «Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ. Задание С5», Легион-М, Ростов-на-Дону, 2011г.  
 Саакян С.М. и др «Задачи по алгебре и началам анализа для 10-11 классов», М. 1990 г.  
 Шабунин М.И. и др. «Алгебра и начала анализа. Дидактические материалы для 10-11 классов», М., Мнемозина, 1997 г.  
 Терешин Н.А., Терешина А.М. И. «2000 задач по алгебре и началам анализа», М., 1998 г.

#### *Для учителя:*

- Васильева В. «Тригонометрия и параметры», Математика № 25\2002 г.  
 Власова А.П. «Задачи с параметрами. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений. 10-11 классы», Дрофа, Москва, 2005 г.  
 Горштейн П.И., Болтянский В.Б., Якир М.С. «Задачи с параметрами», М., Илекса, 1998 г.  
 Кожухов С.К. «Различные способы решения задач с параметром», Математика в школе №6\ 1998 г.  
 Кочагин В «Курс: Уравнения и неравенства с параметрами», Математика № 27-28\2002 г.  
 Кочарова К.С. «Об уравнениях с параметрами и модулем», Математика в школе № 2\1995 г.  
 Мордкович А. «Уравнения и неравенства с параметрами», Математика № 38\1994 г.  
 Полякова Е.А. «Уравнения и неравенства с параметрами в профильном 11 классе», ИЛЕКСА Москва, 2010г.  
 Шарьгин И.Ф. «Факультативный курс по математике», М., Просвещение, 1991 г.

Цыпкин А.Г., Пинский А.И. «Справочник по методам решения задач по математике», М., Наука, 1998

Интернет – ресурсы: Единая коллекция ЦОР Федеральный портал [school-collection.edu.ru](http://school-collection.edu.ru)  
ИИСС«Виртуальная математика. Задачи с параметром. 7-11 класс»

Практикум № 1

- 1) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $ax^2 = a(x+2) - 2$
- 2) Найти все значения параметра  $b$ , при каждом из которых корень уравнения  $6 - 3b + 4bx = 4b + 12x$  меньше 1.
- 3) Определите все значения  $k$ , при которых корни уравнения  $\frac{3}{8-k} = \frac{1}{kx-2}$  положительны.
- 4) Решите уравнение при всех значениях параметра  $m$ :  $mx^2 + 3mx - (m+2) = 0$ .
- 5) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $36^x - (8a+5)6^x + 16a^2 + 20a - 14 = 0$  имеет единственный корень?
- 6) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x - 2\sqrt{x-2} - 2 = a$  имеет единственное решение.

Практикум №2

- 1) При каких значениях  $a$ , неравенство  $\frac{(a-x)(x+3)}{2x^2-3x+7} > 0$  не имеет решений?
- 2) Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{x-a}{x-a-1} > 0$
- 3) Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$ 
  - а) выполняется для всех  $x$
  - б) выполняется для всех  $x > 0$
  - в) выполняется для всех  $x < 0$
  - г) выполняется для всех  $-1 < x < 0$

Практическая работа

- 1) Для каждого значения  $a$  определите количество корней уравнения: 1)  $|x^2 - 6|x|| = a$
- 2)  $|x+1| = ax$
- 3) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $x^2 - |x^2 + 2x - 3| = a$  имеет более чем два корня.

4) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|3 - |x|| - |x - 5| = a$  имеет бесконечно много решений.

Итоговая контрольная работа

- 1) Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{x-1}{x-a} > 0$ .
- 2) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $(a^2 - 1)x - (2a^2 + a - 3) = 0$ .
- 3) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $ax^2 + 2(a+1)x + 2a = 0$ .
- 4) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых корень уравнения  $15x - 7a = 2 + 6a - 3ax$  меньше 2.
- 5) Решите уравнение при всех значениях параметра  $m$ :  
$$\frac{x}{m(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-m^2}{(x+1)(x+2)m}$$
- 6) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $|x^2 - 2x + a| > 5$  не имеет решений на отрезке  $[-1; 2]$ .
- 8) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| - |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет а) ровно три корня, б) бесконечно много корней.
- 9) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $\frac{|x-2|}{x-2} = |x+a|$  имеет 1 корень.